

离散数学作业 1

Problem 1

下列哪些是命题？这些命题的真值是什么？

- a) 钻石恒久远，一颗永流传。
- b) 如果明天下雨了，我就出去玩。
- c) 如果煤炭是黑色的，那么煤炭呈黑色。
- d) $2^n \geq 0, n \in N$
- e) $a^2 + b^2 = c^2$
- f) $1 + 1 = 2$

Problem 2

令 p 、 q 、 r 为如下命题：

p : 在这个地区发现过灰熊

q : 在乡间小路上徒步旅行是安全的。

r : 乡间小路两旁的草莓成熟了。

1) 写出下列命题的表达式：

- a) 在乡间小路上徒步旅行是不安全的，但在这个地区没有发现过灰熊且小路两旁的草莓成熟了。
- b) 除非在这个地区发现过灰熊，否则在乡间小路上徒步旅行是安全的。
- c) 如果在乡间小路上徒步旅行是不安全的，那么要么在这个地区发现过灰熊，要么小路两旁的草莓成熟了。

2) 解释下列表达式的语义：

a) $q \leftrightarrow \neg p$

b) $(\neg p \vee r) \rightarrow q$

Problem 3

假设在通往两个房间的门上均写着提示。第一扇门上的提示为：“在这个房间里有一位美女，而在另一个房间里则是一只老虎”；在第二扇门上写着“在两个房间中有一个是美女，并且有一个是老虎”。假定你知道其中一个提示是真的，另一个是假的。那么哪扇门后面是美女呢？

Problem 4

证明 $\neg(p \leftrightarrow q)$ 和 $\neg p \leftrightarrow q$ 逻辑等价。

Problem 5

试判断下列复合命题是否是可满足的。

a) $(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

b) $(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)$

c) $(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r) \wedge (q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)$

Problem 6

求 $p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$ 的析取范式。

Problem 7

利用真值表得到 $(p \leftrightarrow q) \rightarrow r$ 的主合取范式。

Problem 8

用逻辑推理规则证明： $p \rightarrow q, \neg q \vee r, \neg r, \neg s \vee p \Rightarrow \neg s$ 。

Problem 9

设论域为 $A = \{a, b\}$ ，消去下列谓词公式中的量词（转换为命题公式的析取或合取范式）。

a) $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$

b) $\forall x\exists yR(x, y)$

c) $\forall x(P(x) \wedge \exists yR(x, y))$

Problem 10

离散数学班上有1个主修数学的新生，12个主修数学的二年级学生，15个主修计算机科学的二年级学生，2个主修数学的三年级学生和1个主修计算机科学的四年级新生。用量词表达下列语句，再给出其真值。

a) 班上有个三年级学生

b) 班上每个学生都主修计算机科学

c) 班上有个学生既不主修数学，也不是三年级学生

d) 班上每个学生要么是二年级学生，要么主修计算机科学